

I. Многочлены.

II. Свойства многочленов второй степени.

III. Свойства многочленов третьей степени.

IV. Различные свойства многочленов высоких степеней.

Входные задания. Линейная функция.

1. График линейной функции проходит через точки $A(5;72)$ и $B(-11;-200)$. Написать уравнение прямой.
2. Написать уравнение прямой t , параллельной прямой (AB) и проходящей через точку $C(1;4)$.
3. Найти расстояние от точки $P(5,5)$ до прямой (AB) .
4. Найти расстояние между прямыми (AB) и t .
5. Написать уравнение прямой t_1 , перпендикулярной прямой (AB) и проходящей через точку $D(34;12)$.
6. $A(2;1); B(17;15)$. Найти координаты точки E , которая делит отрезок $[AB]$ в отношении $3:7$, считая от A .
7. Пусть $T(x,y)$ – преобразование параллельного переноса. Известно $T(-25;-15) = (11;25)$. Найти $T(12;7)$
8. Пусть $S_x(x;y)$ – преобразование симметрии относительно оси Ox , $S_y(x;y)$ – преобразование симметрии относительно оси Oy , $S_0(x;y)$ – преобразование симметрии относительно начала координат. Вычислить $S_0(S_0(S_0(-20;-2)))$
9. Пусть R_α – поворот точки относительно начала координат на угол α . При этом положительным направлением является вращение против часовой стрелки, отрицательным направлением является вращение по часовой стрелке. Вычислить $R_{630^\circ}(6;-8)$
10. Пусть $R_{0,k}(x;y)$ – преобразование гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом k . Такое преобразование проводится по правилам
 $R_{0,k}(x;y) = (kx, ky)$
Известно, что $R_{0,k}(2;-3) = (-4;6)$. Вычислить $R_{0,k}(4;10)$
11. Пусть $T(a;b)(x;y)$ – параллельный перенос со сдвигом $(a;b)$
 $S_x(x;y)$ – симметрия относительно оси Ox .
 $S_y(x;y)$ – симметрия относительно оси Oy .
 $S_0(x;y)$ – симметрия относительно начала координат.
 $R_{0,k}(x;y)$ – гомотетия с центром в начале координат и коэффициентом k
 $R_\alpha(x;y)$ – поворот около начала координат на угол α
Вычислить $S_x(S_0(R_{0,-5}(19;4)))$
12. Написать уравнение прямой t_2 , симметричной прямой $y=5x-3$ относительно прямой $y=2x+4$.

Многочлены второй степени.

1. Решить неравенство $x^2 - |x| - 20 \geq 0$
2. Для квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$ известно, что оба корня больше 1 и что $a+b+c > 0$. Определить знаки коэффициентов.
3. Пусть $4a+2b+c > 0$ и уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет действительных корней. Каков знак c ?
4. Как выглядит график функции $y = ax^2 + bx + c$, если $a + b + c > 0, ac > 0, 0 < b < 2\sqrt{ac}$.
5. Известно, что для квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$ имеют место неравенства $y(-2) > 1, y(2) < -1$. Определить знак коэффициента b .
6. Дано уравнение $x^2 + px + q = 0$. Составить квадратное уравнение, корнями которого являются сумма квадратов и сумма кубов корней данного уравнения.
7. Пусть x_1 и x_2 корни уравнения $3x^2 + px + q = 0$.
Найти $x_1^4 x_2 + x_1 x_2^4$ и $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$
8. Решить уравнение $x^2 + px + 35 = 0$ при условии, что сумма квадратов корней равна 74.
9. При каких значениях a один из корней уравнения
$$2x^2 + (3a - 1)x + (a^2 - 4a + 4) = 0$$
 вдвое больше другого.
10. При каком целом p уравнения
$$3x^2 - 4x + p - 2 = 0 \text{ и } x^2 - 2px + 5 = 0$$
 имеют общий корень?
11. Известно, что корни x_1 и x_2 уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ удовлетворяют неравенству $x_1 < -1 < x_2$. При каких значениях a выполнено $a^2 + ac < ab + 1$
12. При каких a уравнение $4x^2 - 2x + a = 0$ имеет два корня, причем $x_1 < 1, x_2 > 1$
13. Найти коэффициенты квадратного трехчлена $x^2 + px + q$, если известно, что p и q целые числа и $1 + \sqrt{2}$ корень данного уравнения.

Различные свойства многочленов.

1. Найти производную функции $y = |x^2 - 2x - 5|$ в точке $x=4$.
2. Если $f(x+3) = 2f(x) + 5$ и $f(2) = 4$, то найти $f(8)$.
3. Дан многочлен $P(x)$, для которого $P(x) + P'(x) = 2x^2 + 3x + 1$
 - а. Найти многочлен $P(x)$.
 - б. Вычислить $P'(1)$.

4. Задан многочлен $P(x)$ такой, что

$$P(x) + \int xP(x)dx = x^3 - x^2 + 3x$$

Найти $P(-1)$.

5. $f(x) = 2x^9 - ax^5 + 3x^3 - 4$ и $f(7) = 5$. Найти $f(-7)$

6. Если $f(x) = 3x^2 + 6x + \int_0^1 t \cdot f'(t)dt$, то найти $f(x)$.